

## Chương IX. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

## Bài 1. Tọa độ của vector

## I. LÝ THUYẾT

## 1. Tích vô hướng của hai vector

**Định nghĩa:** Tích vô hướng của hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$  là **một số** kí hiệu là  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  được xác định bởi:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

**Lưu ý:**

\* Với  $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$  ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

\* Đặc biệt,  $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2$

**Nhận xét:**

$$\begin{aligned} (\vec{a} \pm \vec{b})^2 &= \vec{a}^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 \\ (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) &= \vec{a}^2 - \vec{b}^2 \end{aligned}$$

## 2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Trong mặt phẳng Oxy, cho hai vector  $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$ . Khi đó:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$

## 3. Ứng dụng

$$\star \vec{a} = (a_1; a_2) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$\star \vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2) (\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}) \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$\star \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\star K \text{ là trực tâm của } \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \perp \overline{BC} \\ \overline{BK} \perp \overline{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AK} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BK} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\star H \text{ là chân đường cao hạ từ } A \text{ của } \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \perp \overline{BC} \\ B, H, C \text{ thẳng hàng} \end{cases}$$

$$\star I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \end{cases}$$

$$\star D \text{ là chân đường phân giác trong góc } A \text{ của } \Delta ABC \Leftrightarrow \overline{BD} = -\frac{AB}{AC} \overline{CD}$$

$$\star D' \text{ là chân đường phân giác ngoài góc } A \text{ của } \Delta ABC \Leftrightarrow \overline{BD'} = \frac{AB}{AC} \overline{CD'}$$

$$\star J \text{ là tâm đường tròn nội tiếp } \Delta ABC \Leftrightarrow \overline{AJ} = -\frac{AB}{BD} \overline{DJ} \text{ với } AD \text{ là phân giác trong của } \Delta ABC$$

**Lưu ý:**

$$\begin{aligned} M \in Ox &\Rightarrow M(m; 0) \\ M \in Oy &\Rightarrow M(0; m) \end{aligned}$$

**II. BÀI TẬP****A. TỰ LUẬN**

1. Cho hai vector  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (3; 5)$

a) Tìm tọa độ của các vector  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$ .

b) Tính các tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $2\vec{a} \cdot (-\vec{b})$ .

2. Cho hai vector  $\vec{c} = (2; 1)$ ,  $\vec{d} = (-3; -2)$

a) Tìm tọa độ của các vector  $\vec{c} + \vec{d}$ ,  $\vec{c} - \vec{d}$ ,  $5\vec{c}$ ,  $-3\vec{d}$ .

b) Tính các tích vô hướng  $\vec{c} \cdot \vec{d}$ ,  $5\vec{c} \cdot (-3\vec{d})$ .

3. Cho hai vector  $\vec{m} = (-6; -9)$ ,  $\vec{n} = (2; -2)$

a) Tìm tọa độ của các vector  $\vec{m} + \vec{n}$ ,  $\vec{m} - \vec{n}$ ,  $-\frac{1}{3}\vec{m}$ ,  $\frac{1}{2}\vec{n}$ .

b) Tính các tích vô hướng  $\vec{m} \cdot \vec{n}$ ,  $\left(-\frac{1}{3}\vec{m}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\vec{n}\right)$ .

4. Cho  $A(3; 1)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(2; 3)$ . Tìm tọa độ các vector  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{BC}$ .

5. Cho  $M(-1; 1)$ ,  $N(2; -5)$ ,  $P(-3; -2)$ . Tìm tọa độ các vector  $\vec{NM}$ ,  $\vec{MP}$ ,  $\vec{PN}$ .

6. Cho  $E(2; -1)$ ,  $F(2; 5)$ ,  $G(-3; 5)$ . Tìm tọa độ các vector  $\vec{EF}$ ,  $\vec{GF}$ ,  $\vec{GE}$ .

7. Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 3)$ ,  $B(5; 8)$ ,  $C(9; 0)$ .

a) Tìm tọa độ trung điểm  $M$  của cạnh  $AB$ .

b) Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

8. Cho tam giác  $MNP$  có  $M(2; -2)$ ,  $N(4; -1)$ ,  $P(-5; -1)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $A$  đối xứng với  $M$  qua  $N$ .

b) Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$ .

9. Cho ba điểm  $I(-2; 1)$ ,  $J(4; 3)$ ,  $K(3; -5)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $M$  đối xứng với  $K$  qua  $I$ .

b) Tìm tọa độ điểm  $A$  sao cho  $J$  trọng tâm của tam giác  $KIA$ .

10. Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2)$ ,  $B(-2; -1)$ ,  $C(3; -2)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $H$  là chân đường cao của tam giác  $ABC$  kẻ từ  $A$ .

b) Giải tam giác  $ABC$ .

11. Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $IJK$  có  $I(2; -1)$ ,  $J(-1; 0)$ ,  $K(0; 3)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $H$  là chân đường cao của tam giác  $IJK$  kẻ từ  $I$ .

b) Giải tam giác  $IJK$ .

12. Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(3; -2)$ ,  $N(-2; 2)$ ,  $P(2; -1)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $H$  là chân đường cao của tam giác  $MNP$  kẻ từ  $M$ .

b) Giải tam giác  $MNP$ .

**B. TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Trong mp  $Oxy$ , cho vector  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = -\vec{i}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-3; 0)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0)$       B.  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-3; 0)$ ,  $\vec{c} = (0; -1)$   
C.  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; -3)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0)$       D.  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; -3)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0)$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (m; 3)$  và  $\vec{b} = (1; 2)$ . Tìm  $m$  để  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

- A.  $m = \frac{1}{2}$       B.  $m = \frac{3}{2}$       C.  $m = \frac{1}{6}$       D.  $m = \frac{2}{3}$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; -2)$  và  $B(2; 1)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(3; -1)$       B.  $(-1; -3)$       C.  $(1; 1)$       D.  $(1; 3)$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $A(2; 1)$ . Độ dài đoạn thẳng  $OA$  bằng

- A. 3      B. 9      C.  $\sqrt{5}$       D. 5

**Câu 5.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $A(3; -1)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  trên trục  $Oy$  là

- A.  $M(3; 0)$       B.  $N(0; -1)$       C.  $P(0; 3)$       D.  $Q(-1; 0)$

**Câu 6.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0; 2)$       B.  $(2; 0)$       C.  $(1; 0)$       D.  $(0; 1)$

**Câu 7.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -4)$  và  $B(2; 2)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(1; 3)$       B.  $(2; 6)$       C.  $(2; -1)$       D.  $(4; -2)$

**Câu 8.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(1; 0)$ ,  $B(0; 1)$ ,  $C(1; 2)$  và  $D(2; 1)$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của  $MN$  là

- A.  $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$       B.  $I(1; 0)$       C.  $I(1; 2)$       D.  $I(1; 1)$

**Câu 9.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 0)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(1; -2)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $G(4; -1)$       B.  $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$       C.  $G\left(2; -\frac{1}{2}\right)$       D.  $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$

**Câu 10.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(2; 0)$ ,  $N(0; -3)$ . Nếu  $MNOP$  là hình bình hành thì tọa độ của điểm  $P$  là

- A.  $P(-2; -3)$       B.  $P(3; 4)$       C.  $P(2; 3)$       D.  $P(2; -3)$

**Câu 11.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai vector  $\vec{a} = (2; -1)$ ,  $\vec{b} = (1; -3)$ . Gọi  $\vec{x}$  là vector thỏa mãn:

$$\begin{cases} \vec{x} \cdot \vec{a} = -5 \\ \vec{x} \cdot \vec{b} = 20 \end{cases}. \text{ Tọa độ của vector } \vec{x} \text{ là:}$$

- A.  $\vec{x} = (-1; -7)$       B.  $\vec{x} = (-7; -9)$       C.  $\vec{x} = (1; -7)$       D.  $\vec{x} = (-7; 9)$

**Câu 12.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai vector  $\vec{a}(2; 1)$ ,  $\vec{b}(-1; 0)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

- A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$       B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$       D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

**Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ****I. LÝ THUYẾT****1. Phương trình tham số - Phương trình chính tắc của đường thẳng**

Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (u_1; u_2)$  là:

$$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Nếu  $u_1, u_2$  đều khác không. Phương trình chính tắc của đường thẳng  $\Delta$  là:  $\frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2}$

**2. Phương trình tổng quát của đường thẳng**

Trong mặt phẳng Oxy, phương trình có dạng  $ax + by + c = 0$ , trong đó  $a, b$  không đồng thời bằng 0, được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.

$$\begin{cases} \Delta \text{ qua điểm } M(x_0; y_0) \\ \Delta \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}(a; b) \neq \vec{0} \quad (a^2 + b^2 \neq 0) \end{cases} \Rightarrow \Delta: a(x-x_0) + b(y-y_0) = 0$$

**3. Trường hợp riêng của phương trình đường thẳng**

Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng  $\Delta$  cắt Ox, Oy lần lượt tại  $A(a; 0), B(0; b)$  ( $a, b \neq 0$ ).

Khi đó phương trình  $\Delta$  có dạng  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

**4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng**

Trong mặt phẳng Oxy, cho  $(\Delta_1): a_1x + b_1y + c_1 = 0$  có VTPT  $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$

$(\Delta_2): a_2x + b_2y + c_2 = 0$  có VTPT  $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$

$$(\Delta_1) \text{ cắt } (\Delta_2) \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}; \quad (\Delta_1) \parallel (\Delta_2) \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}; \quad (\Delta_1) \equiv (\Delta_2) \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

**Đặc biệt:**  $(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0$

**5. Các vấn đề khác cần ghi nhớ về đường thẳng**

(i) Nếu  $\Delta: ax + by + c = 0$  thì  $\Delta$  có VTPT là  $\vec{n} = (a; b)$

(ii) Nếu  $\Delta$  có hệ số góc  $k$  thì  $\Delta$  có VTPT  $\vec{n} = (k; -1)$ , VTCP  $\vec{u} = (1; k)$

(iii) Nếu  $\Delta$  có VTPT  $\vec{n} = (a; b)$  thì  $\Delta$  có VTCP  $\vec{u} = (-b; a)$  hoặc  $\vec{u} = (b; -a)$

(iv) Cho  $\Delta_1: y = k_1x + m_1$  ( $k_1$  là hệ số góc của  $\Delta_1$ )

$\Delta_2: y = k_2x + m_2$  ( $k_2$  là hệ số góc của  $\Delta_2$ )

Khi đó  $(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$

(v)  $d \parallel \Delta: ax + by + c = 0 \Rightarrow d: ax + by + m = 0$  ( $m \neq c$ )

(vi)  $d \perp \Delta: ax + by + c = 0 \Rightarrow d: bx - ay + m = 0$  hoặc  $d: -bx + ay + m = 0$

**6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng**

Khoảng cách từ điểm  $M_0(x_0; y_0)$  đến đường thẳng  $\Delta: ax + by + c = 0$  là:

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

### 7. Góc giữa hai đường thẳng

$d_1$  có VTPT  $\vec{n}_1$ ,  $d_2$  có VTPT  $\vec{n}_2$ . Khi đó

$$\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

HOẶC

$d_1$  có VTCP  $\vec{u}_1$ ,  $d_2$  có VTCP  $\vec{u}_2$ . Khi đó

$$\cos(d_1, d_2) = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$

### 8. Phương trình đường phân giác

☆ Trong mặt phẳng Oxy, cho  $d: ax + by + c = 0$  và hai điểm  $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2)$  không thuộc  $d$ .

➤ Nếu  $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) > 0$  thì  $M_1$  và  $M_2$  nằm cùng một bên (cùng phía) so với  $d$ .

➤ Nếu  $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$  thì  $M_1$  và  $M_2$  nằm ở hai bên (khác phía) so với  $d$ .

☆ Cho hai đường thẳng  $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .

Phương trình đường phân giác của các góc tạo bởi  $d_1$  và  $d_2$  là:  $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

$d_1$  có VTPT  $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ ,  $d_2$  có VTPT  $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ . Khi đó

➤ Phân giác của góc tù:  $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = [\text{cùng dấu } \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2] \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

➤ Phân giác của góc nhọn:  $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = [\text{trái dấu } \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2] \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

## II. BÀI TẬP

### A. TỰ LUẬN

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $M(3; 2)$  và vector  $\vec{u} = (4; 5)$ .

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và nhận  $\vec{u}$  làm vector chỉ phương.

b) Tìm tọa độ điểm  $A$  trên  $\Delta$ , biết  $A$  có hoành độ bằng 1.

2. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $A(-1; -2)$  và vector  $\vec{a} = (3; -1)$ .

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và nhận  $\vec{a}$  làm vector chỉ phương.

b) Tìm tọa độ điểm  $E$  trên  $d$ , biết  $E$  có tung độ bằng 0.

3. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $D(-5; 0)$  và vector  $\vec{v} = (-1; 5)$ .

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng  $a$  đi qua  $D$  và nhận  $\vec{v}$  làm vector chỉ phương.

b) Tìm tọa độ điểm  $K$  trên  $a$ , biết  $K$  có hoành độ bằng -2.

4. Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(0; 1)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (2; 3)$ .

b) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $N(1; 4)$  và có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (3; -5)$ .

c) Đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $P(2; 7), Q(3; 0)$

5. Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(2; -7)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (3; 7)$ .

- b) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $B(-1;-1)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (9;-1)$ .
- c) Đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $C(-5;2), D(-3;-2)$ .
6. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  trong mỗi trường hợp sau:
- a)  $\Delta_1 : x + y - 1 = 0$  và  $\Delta_2 : 3x - 2y - 1 = 0$
- b)  $\Delta_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : 2x - 2y + 1 = 0$
- c)  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$
7. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong mỗi trường hợp sau:
- a)  $d_1 : 6x - 9y - 1 = 0$  và  $d_2 : 2x - 3y + 1 = 0$
- b)  $d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \end{cases}$  và  $d_2 : 3x + 3y - 3 = 0$
- c)  $d_1 : \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$  và  $d_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$
8. Viết phương trình đường thẳng  $d$  :
- a) Đi qua điểm  $M(3;1)$  và song song với đường thẳng  $d_1 : x + y + 1 = 0$ .
- b) Đi qua điểm  $N(-3;2)$  và vuông góc với đường thẳng  $d_2 : 2x - y - 2 = 0$ .
- c) Đi qua điểm  $P(0;-3)$  và song song với đường thẳng  $d_3 : 2x - 5y + 5 = 0$ .
- d) Đi qua điểm  $Q(-4;-5)$  và vuông góc với đường thẳng  $d_4 : 6x + y - 1 = 0$ .
9. Tính góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  trong mỗi trường hợp sau:
- a)  $\Delta_1 : x + y - 1 = 0$  và  $\Delta_2 : 3x - 2y - 1 = 0$
- b)  $\Delta_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : 2x - 2y + 1 = 0$
- c)  $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$  và  $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$
10. Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2), B(2;1), C(3;2)$ . Tính độ dài các đường cao của tam giác  $ABC$ .
11. Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(1;-4), N(-2;1), P(0;-2)$ . Tính độ dài các đường cao của tam giác  $MNP$ .
12. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  trong mỗi trường hợp sau:
- a)  $\Delta_1 : x + y - 1 = 0$  và  $\Delta_2 : x + y - 8 = 0$
- b)  $\Delta_1 : 2x - 3y + 1 = 0$  và  $\Delta_2 : 4x - 6y - 3 = 0$
- c)  $\Delta_1 : x - 5y + 3 = 0$  và  $\Delta_2 : -x + 5y + 5 = 0$

**B. TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , đường thẳng  $\Delta : 3x + 2y - 4 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A.  $\vec{n}_3 = (2;3)$       B.  $\vec{n}_4 = (2;-3)$       C.  $\vec{n}_2 = (3;2)$       D.  $\vec{n}_1 = (1;2)$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của trục  $Ox$  ?

- A.  $\vec{0} = (0;0)$       B.  $\vec{j} = (0;1)$       C.  $\vec{i} = (1;0)$       D.  $\vec{m} = (1;1)$

**Câu 3.** Trong mp Oxy, cho đường thẳng  $d: x + y - 3 = 0$ . Điểm nào dưới đây **không** thuộc  $d$  ?

- A.  $N(0;3)$       B.  $Q(3;0)$       C.  $P(1;2)$       D.  $M(1;-2)$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(1;2)$  và có một vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1;-2)$  ?

- A.  $x - 2y - 5 = 0$       B.  $x - 2y + 5 = 0$       C.  $x - 2y + 3 = 0$       D.  $x - 2y - 3 = 0$

**Câu 5.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm  $A(-1;2)$  và  $B(2;1)$ . Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là

- A.  $3x - y - 5 = 0$       B.  $3x - y + 5 = 0$       C.  $x + 3y - 5 = 0$       D.  $x + 3y - 6 = 0$

**Câu 6.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm  $A(4;0)$  và  $B(-2;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$  ?

- A.  $3x - y - 2 = 0$       B.  $3x + y - 4 = 0$   
C.  $3x - y + 2 = 0$       D.  $3x - y - 6 = 0$

**Câu 7.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$  có một vector chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_3 = (2;1)$       B.  $\vec{u}_4 = (-1;2)$       C.  $\vec{u}_2 = (2;-1)$       D.  $\vec{u}_1 = (1;2)$

**Câu 8.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(2;-1)$       B.  $M(-1;-2)$       C.  $P(1;2)$       D.  $N(-2;1)$

**Câu 9.** Trong mặt phẳng Oxy, cho  $d$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $A(2;-1)$  và  $B(0;2)$ . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của  $d$  ?

- A.  $\begin{cases} x = 4t \\ y = 2 + 6t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

**Câu 10.** Trong mặt phẳng Oxy, cho  $d: 2x - 3y + 20 = 0$  và  $\Delta: 4x - 13y + 40 = 0$ . Vị trí tương đối của  $d$  và  $\Delta$  là:

- A. Song song      B. Trùng nhau  
C. Cắt nhưng không vuông góc      D. Vuông góc

**Câu 11.** Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: x - y - 1 = 0$  và  $\Delta_2: 2y - 3 = 0$  bằng

- A.  $0^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $60^\circ$

**Câu 12.** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách giữa hai đường thẳng  $d_1: x + 2y - 14 = 0$  và  $d_2: -x - 2y - 16 = 0$  bằng

- A.  $6\sqrt{5}$       B.  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{14\sqrt{5}}{5}$

**Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng tọa độ****I. LÝ THUYẾT****Phương trình đường tròn**

☆ Phương trình chính tắc của đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(a;b)$ , bán kính  $R$  là

$$(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

☆ Dạng khai triển của phương trình đường tròn  $(C)$

$$(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \text{ với } a^2 + b^2 - c > 0$$

Khi đó  $(S)$  có tâm  $I(a;b)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

**Lưu ý:** ➤  $(C)$  qua điểm  $M \Leftrightarrow IM = R$

➤  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta \Leftrightarrow d(I;\Delta) = R$

**II. BÀI TẬP****A. TỰ LUẬN**

1. Viết phương trình đường tròn  $(C)$  trong các trường hợp sau:

- $(C)$  có tâm  $I(1;2)$  và bán kính  $R=4$ .
- $(C)$  đi qua điểm  $A(3;-2)$  và có tâm  $B(-1;2)$ .
- $(C)$  có đường kính  $CD$ , biết  $C(0;7), D(4;-1)$ .
- $(C)$  đi qua ba điểm  $E(0;-5), F(3;4), G(-4;3)$ .

2. Viết phương trình đường tròn  $(C)$  trong các trường hợp sau:

- $(C)$  có tâm  $A(0;-3)$  và bán kính  $R=\sqrt{6}$ .
- $(C)$  có tâm  $I(1;-3)$  và đi qua điểm  $M(5;-2)$ .
- $(C)$  có đường kính  $EF$ , biết  $E(8;9), F(-5;4)$ .
- $(C)$  đi qua ba điểm  $O(0;0), P(-2;3), Q(3;-4)$ .

3. Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn  $(C)$  trong các trường hợp sau:

- $x^2 + y^2 = 3$ .
- $x^2 + (y+3)^2 = 16$ .
- $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 25$ .
- $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 8$ .
- $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$
- $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$
- $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$
- $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$

4. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): x^2 + (y+1)^2 = 1$  tại điểm  $A(1;-1)$ .

5. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x+2)^2 + (y+3)^2 = 2$  tại điểm  $B(-1;-2)$ .

6. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x-4)^2 + (y+3)^2 = 25$  tại điểm  $O(0;0)$ .

7. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 7 = 0$  tại điểm  $M(3;-2)$ .

8. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  tại điểm  $N(4;0)$ .

9. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 35 = 0$  tại điểm  $P(4;3)$ .

**B. TRẮC NGHIỆM**



**Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn?

- A.  $x^2 - y^2 = 1$       B.  $x^2 + y^2 = 2$       C.  $x^2 + (y-1)^2 = -4$       D.  $y^2 = 8x$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x-5)^2 + (y-1)^2 = 9$ . Bán kính của  $(C)$  bằng

- A. 3      B. 18      C. 9      D. 6

**Câu 3.** Trong mp  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 2$ . Tâm của  $(C)$  có tọa độ là

- A.  $(3; -1)$       B.  $(3; 1)$       C.  $(-3; 1)$       D.  $(-3; -1)$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ . Tìm tọa độ tâm  $I$ , bán kính  $R$  của  $(C)$ .

- A.  $I(-1; 2)$  và  $R = 16$       B.  $I(1; -2)$  và  $R = 4$   
C.  $I(1; -2)$  và  $R = 16$       D.  $I(-1; 2)$  và  $R = 4$

**Câu 5.** Trong mp  $Oxy$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$  là phương trình của một đường tròn.

- A.  $m > 5$       B.  $m \geq 5$       C.  $m \leq 5$       D.  $m < 5$

**Câu 6.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ . Điểm nào sau đây nằm trên đường tròn  $(C)$ ?

- A.  $M(-1; 2)$       B.  $N(0; 3)$       C.  $P(-1; 6)$       D.  $Q(2; 4)$

**Câu 7.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(1; 0)$ , bán kính  $R = 5$ . Phương trình của đường tròn  $(C)$  là:

- A.  $(x+1)^2 + y^2 = 25$       B.  $(x+1)^2 + y^2 = 5$       C.  $(x-1)^2 + y^2 = 25$       D.  $(x-1)^2 + y^2 = 5$

**Câu 8.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 4)$ ,  $B(-2; 2)$ . Phương trình đường tròn đường kính  $AB$  là:

- A.  $x^2 + (y+3)^2 = 20$       B.  $x^2 + (y+3)^2 = 5$   
C.  $x^2 + (y-3)^2 = 20$       D.  $x^2 + (y-3)^2 = 5$

**Câu 9.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; -2)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $IM$ ?

- A.  $(x-1)^2 + y^2 = 4$       B.  $(x+1)^2 + y^2 = 2$   
C.  $(x-1)^2 + y^2 = 2$       D.  $(x+1)^2 + y^2 = 4$

**Câu 10.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường tròn có phương trình  $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$ . Phương trình tiếp tuyến của đường tròn đã cho tại điểm  $A(2; 0)$  là

- A.  $y - 2 = 0$       B.  $x + y - 2 = 0$       C.  $x - 2 = 0$       D.  $x - y - 2 = 0$

## Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng tọa độ

| <u>CÁC ĐƯỜNG CONIC</u> |                                                  | ELIP                                                                                            | HYPERBOL                                                                                                                   | PARABOL                        |
|------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
|                        | Phương trình CHÍNH TẮC                           | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$<br>( $a > b > 0$ )<br>$c = \sqrt{a^2 - b^2}$            | $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$<br>$c = \sqrt{a^2 + b^2}$                                                          | $y^2 = 2px$<br>( $p > 0$ )     |
| 1                      | <u>TIÊU ĐIỂM</u>                                 | $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$                                                                         | $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$                                                                                                    | $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ |
| 2                      | <u>TIÊU CỤ'</u>                                  | $F_1F_2 = 2c$                                                                                   | $F_1F_2 = 2c$                                                                                                              |                                |
| 3                      | <u>TÂM SAI</u>                                   | $e = \frac{c}{a} < 1$                                                                           | $e = \frac{c}{a} > 1$                                                                                                      | $e = 1$                        |
| 4                      | <u>TRỤC</u>                                      | Trục lớn:<br>$A_1A_2 = 2a$<br>Trục bé:<br>$B_1B_2 = 2b$                                         | Trục thực:<br>$A_1A_2 = 2a$<br>Trục ảo: $B_1B_2 = 2b$                                                                      | Trục đối xứng là Ox            |
| 5                      | <u>TOA ĐỘ ĐỈNH</u>                               | Đỉnh trên trục lớn:<br>$A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$<br>Đỉnh trên trục bé:<br>$B_1(0; -b), B_2(0; b)$ | Đỉnh trên trục thực:<br>$A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$                                                                            |                                |
| 6                      | <u>Phương trình đường chuẩn</u>                  | $x = \pm \frac{a}{e}$                                                                           | $x = \pm \frac{a}{e}$                                                                                                      | $x = -\frac{p}{2}$             |
| 7                      | <u>Phương trình tiệm cận</u>                     |                                                                                                 | $y = \pm \frac{b}{a}x$                                                                                                     |                                |
| 8                      | <u>Bán kính qua tiêu</u>                         | $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$<br>$MF_2 = a - \frac{c}{a}x$                                          | $MF_1 = a + ex$ ( $x > 0$ )<br>$MF_2 = -a + ex$ ( $x > 0$ )<br>$MF_1 = -a - ex$ ( $x < 0$ )<br>$MF_2 = a - ex$ ( $x < 0$ ) | $MF = \frac{p}{2} + x$         |
| 9                      | <u>Phương trình tiếp tuyến</u> tại $M(x_0; y_0)$ | $\frac{x \cdot x_0}{a^2} + \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$                                         | $\frac{x \cdot x_0}{a^2} - \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$                                                                    | $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$     |
| 10                     | <u>ĐKTX với</u><br>$Ax + By + C = 0$             | $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$                                                                         | $A^2a^2 - B^2b^2 = C^2$                                                                                                    | $B^2p = 2AC$                   |

**A. TỰ LUẬN**

1. Viết phương trình chính tắc của elip ( $E$ ) trong các trường hợp sau:

- a) ( $E$ ) có độ dài hai trục lần lượt là 30 và 18.
- b) ( $E$ ) có độ dài hai trục lần lượt là 10 và 24.
- c) ( $E$ ) có độ dài trục lớn bằng 22 và tiêu cự bằng 16.
- d) ( $E$ ) có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tiêu cự bằng 16.

2. Viết phương trình chính tắc của hypebol ( $H$ ) trong các trường hợp sau:

- a) ( $H$ ) có độ dài trục thực và trục ảo lần lượt là 28 và 16.
- b) ( $H$ ) có độ dài trục thực bằng 20 và tiêu cự bằng 26.
- c) ( $H$ ) có độ dài trục ảo bằng 10 và tiêu cự bằng 16.
- d) ( $H$ ) có tiêu cự bằng 10 và độ dài trục ảo bằng 8.

3. Viết phương trình chính tắc của parabol ( $P$ ) trong các trường hợp sau:

- a) ( $P$ ) có tiêu điểm  $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ .
- b) ( $P$ ) có tiêu điểm  $F(5; 0)$ .
- c) ( $P$ ) có đường chuẩn  $\Delta: x + \frac{7}{2} = 0$ .
- d) ( $P$ ) có đường chuẩn  $\Delta: x + 2 = 0$ .

**B. TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của elip?

- A.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1$
- B.  $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{6} = 1$
- C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$
- D.  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của hyperbol?

- A.  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = -1$
- B.  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{6} = 1$
- C.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{1} = 1$
- D.  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = -1$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của parabol?

- A.  $x^2 = 4y$
- B.  $x^2 = -6y$
- C.  $y^2 = 4x$
- D.  $y^2 = -4x$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của elip có độ dài hai trục lần lượt bằng 14, 8 là

- A.  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$
- B.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$
- C.  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$
- D.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{49} = 1$

**Câu 5.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của hypebol có độ dài trục thực bằng 10 và tiêu cự bằng 16 là

- A.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{64} = 1$
- B.  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$
- C.  $\frac{x^2}{39} - \frac{y^2}{25} = 1$
- D.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{39} = 1$

**Câu 6.** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của parabol có tham số tiêu bằng 7 là

- A.  $y^2 = 28x$
- B.  $y^2 = 14x$
- C.  $y^2 = 7x$
- D.  $y^2 = \frac{7}{2}x$